

# 物体の運動を実験で理解する。

香川大学創造工学部  
石原 秀則

## はじめに

数学や理科は、好きですか？

中学で勉強する数学は、何の役に立つか、わからない人もおおいかもしれませんが、様々なものを勉強するための準備になります。

- ⇒物理などの科学技術（微分積分など）
- ⇒経済学（統計学）
- ⇒心理学（統計学、確率論）

本日の講義では、まだ、習っていない数式などが、多く出てきますが、理解する必要はありません。少しでも、興味を持ってもらい、楽しんでもらえればと思います。

## 本日の内容

### 1. 物体の運動を解析する

物体が動くと言うことは？／物体の位置／物体の速度／物体はどのように動くのかな？／物体の持つエネルギー／物体の運動を調べる／物体の動きを数式で表してみると？／数式からわかること

### 2. 実験をやってみよう

実験をやってみよう／実験からわかること

### 3. 実験（放物運動）

実験の目的と手順／①予測／②実験装置の準備／③データの計測／④考察／放物運動を計算する／実験のまとめ

### 4. おわりに

## 物体が動くと言うことは？

私たちの周りでは、いろいろな物体が動いています。

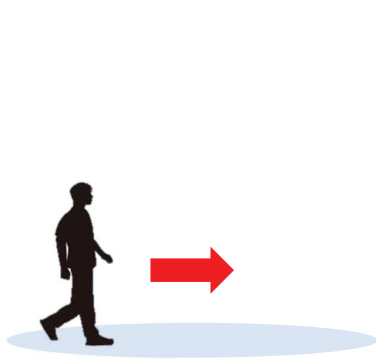
「動く」と言うことは、その位置が変わること

「動く」と言うことは、速度を持っていること

「動く」と言うことは、エネルギーを持っていること

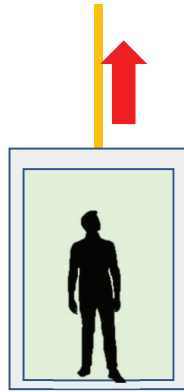
# 物体の位置

物体の位置は、どのように表されるのかな？



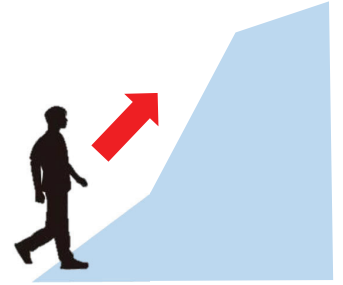
水平方向に移動する

水平方向：変化  
高さ方向：一定



エレベーターで  
上下に移動する。

水平方向：一定  
高さ方向：変化

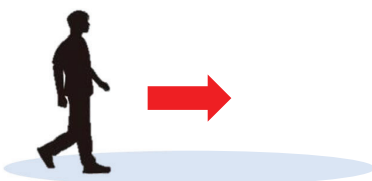


坂を上り下りする。

水平方向：変化  
高さ方向：変化

# 物体の速度

速度とは、物体の位置の変化の度合いを表します。  
「時間あたりにどれぐらいの距離を移動したのか」



ゆっくり歩く

速度：小



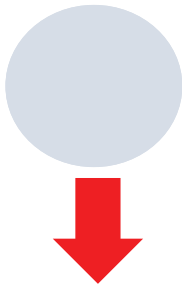
早く走る

速度：大

この図では、矢印が、移動していることを表していますが、その矢印の長さが、速度を表しています。

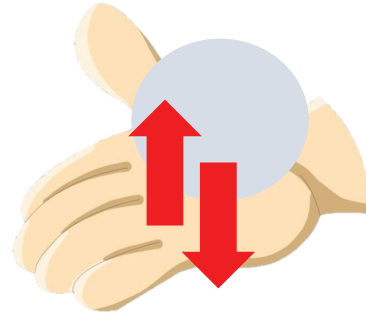
## 物体はどのように動くのかな？

物体が動くとき、物体に何が起きているのかな？



地球上の物体には、すべて、重力を受けます。

空中に置かれた物体は、地球にひかれて、落下します



地球上の物体には、すべて、重力を受けます。

空中に置かれた物体は、地球に引っ張られる力を受けますが、手のひらが上向きの力を加えることでつり合いがとれると、高さが決まります。

## 物体のエネルギー

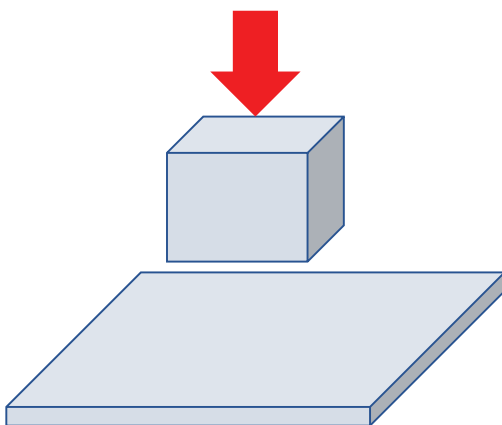
物体は、すべて動くためのエネルギーを持っています。

机の上に置かれた物体は、動きません。

机の上に置かれた物体を持ち上げてから、手を離すと？

机に向かって、落ちていきます。



なぜ、落ちていくのでしょうか？



高さがあるということは、落ちるエネルギーを持っているということ。

## 物体の運動を調べる

物体の運動を調べるためには、

1. 実際の運動を理解する。  実験での検証
2. 運動の原理を理解する。  数式での解法

## 物体の運動を数式で表してみると？

速度  $2 [km/h]$  で3時間歩いたときの移動距離  $L$  は？

$$L = 2 \times 3 = 6 [km]$$

速度  $V [km/h]$  で  $T$  時間歩いたときの移動距離  $L$  は？

$$L = V \times T$$

距離  $L$  を  $T$  時間で移動したときの速度  $V$  は？

$$V = \frac{L}{T}$$

距離  $L$  を速度  $V [km/h]$  で移動したときの時間  $T$  は？

$$T = \frac{L}{V}$$

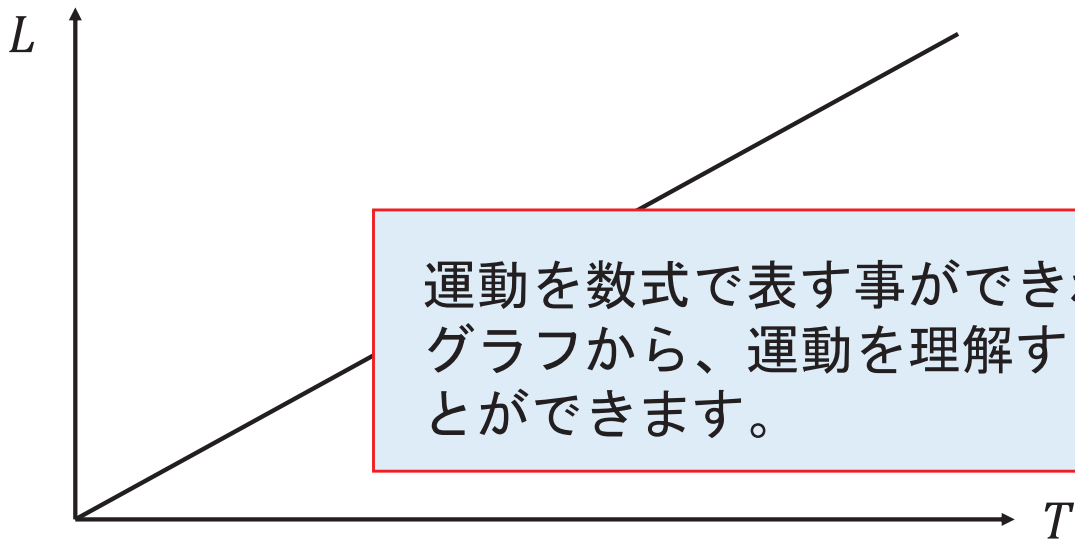
数式で表現できれば、数式の変形から、いろいろなことがわかります。

## 数式からわかること

速度 $V$  [km/h]で $T$ 時間歩いたときの移動距離 $L$ は

$$L = VT$$

で与えられる。このとき、歩く時間 $T$ を変えたときの、移動距離 $L$ はどのように変化する。



## 実験をやってみよう

実験の目的は、大きく分けて

- ①どのような現象が起こるのかを観察
  - ②起こった現象の解析
- の二つになります。

多くの物理現象は、物理法則に基づいて説明できる現象です。そのため、実験によって、その物理法則を調べる事ができます。

物理現象は、多くの条件によって、成り立っています。

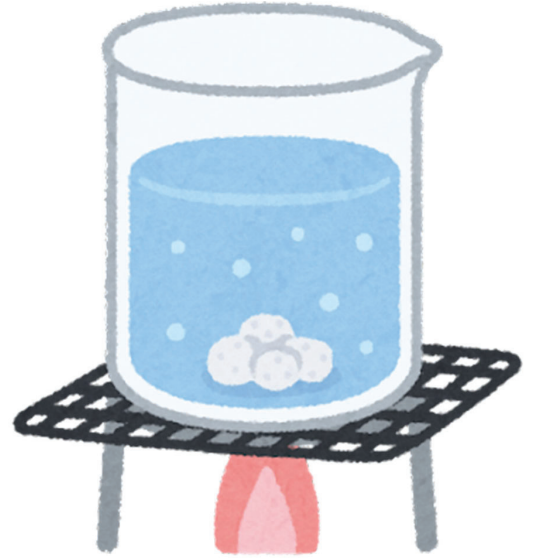
## 実験でわかること

水が沸騰するまでの実験を考えてみよう！

(実験)

室温の水を、アルコールランプで熱したとき、熱し始めてから、沸騰するまでの時間をはかる。

この実験において、測るべきものは何でしょうか？



## 実験でわかること

水が沸騰するまでの実験を考えてみよう！

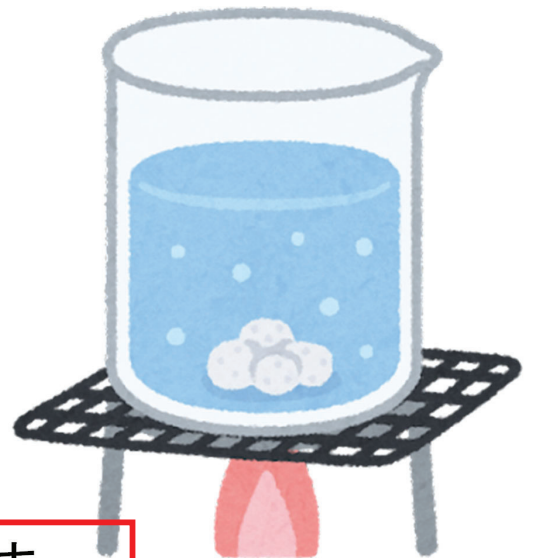
(測るデータ)

- ①水温  $T$
- ②室温 (初めの水温)  $T_0$
- ③時間  $t$
- ④水量  $m$
- ⑤熱量 (1秒当たりの熱量)  $q$
- ⑥ビーカーの形状

これらの量には、次のような関係があります。(  $c$  : 比熱)

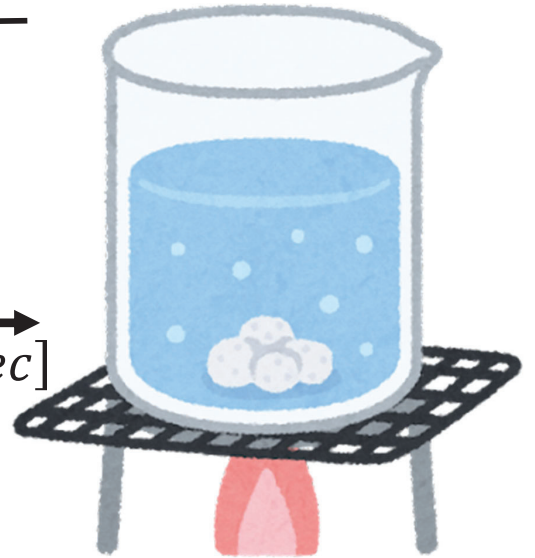
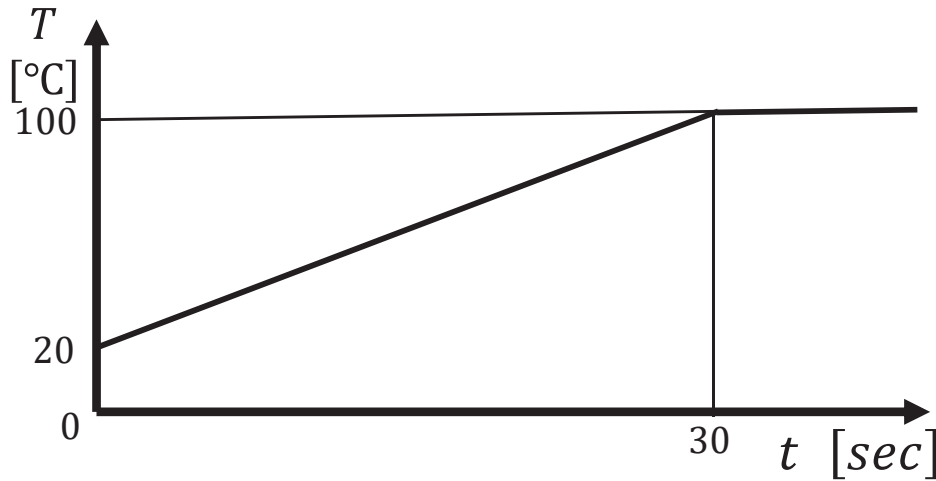
$$qt = mc(T - T_0) \quad \dots (1)$$

①～④の量には、関係があるのです。



## 実験でわかること

0.5kgの20°Cの水を加熱した場合、30秒で沸騰した(100°C)とします。



このグラフから、わかることは？

## 実験でわかること

温度 $T_0$ [°C]の水 $m$ [kg]に、 $t$ [sec]秒間熱量 $q$ [J]が加わったときの温度 $T$ [°C]の

$$qt = mc(T - T_0) \quad \dots (1)$$

の関係から、について解くと

$$T = \frac{q}{mc}t + T_0 \quad \dots (2)$$

グラフから、 $t$ 、 $T_0$ 、 $T$ は

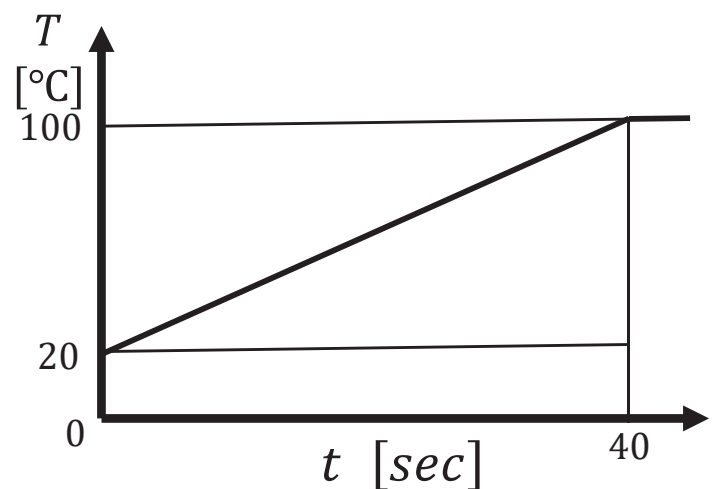
$$t = 40 \text{、} T_0 = 20 \text{、}$$

$$T = 100$$

と読み取れることから、式(2)に代入すると

$$\frac{q}{mc} = \frac{1}{t}(T - T_0) = \frac{1}{40}(100 - 20) = 2$$

これは、グラフの傾きに一致します。





## 実験でわかること

式 (2)

$$T = \frac{q}{mc}t + T_0 \quad \dots (2)$$

の形とグラフを見ると、  
比例のグラフになっています。

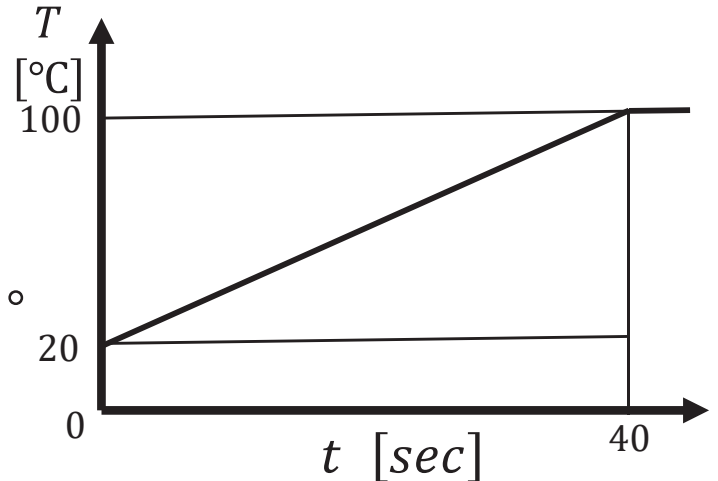
もし、式が初めにわかって  
いなかったら？

グラフから、式を求めてみよう。

$$T = 2t + T_0 \quad \dots (3)$$

式 (2) と式 (3) を比較すると

$$\frac{q}{mc} = 2$$



数式が初めに、わかっていなくても、グラフから、数式を求めることもできる。

## 実験（放物運動）

### 実験の目的

斜面を飛び出したボールの動きを調べる。斜面の角度を固定して、斜面を滑る距離を変えたときに、ボールの動きがどのように変わるかを調べる。

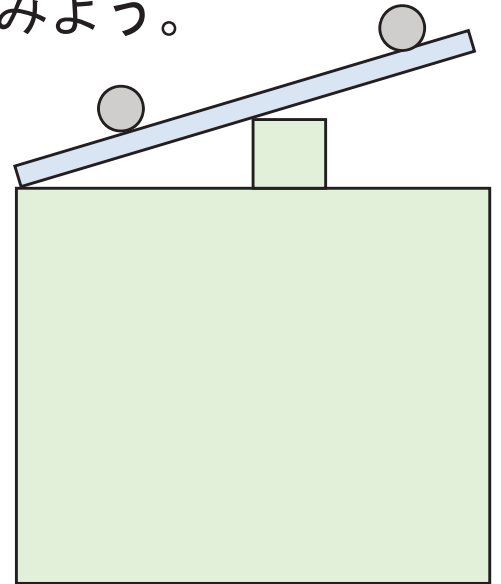
### 実験の手順

- ① 実験の結果を予測する。
- ② 調べたい条件と、設定する条件を考えて、実験方法を考える。
- ③ 実験の設定を変えないように注意しながら、実験を行い、データを計測する。
- ④ 実験で得られたデータを整理する。
- ⑤ 実験の結果と、予測を比較し、考察を行う。

## 実験（放物運動）① 予測

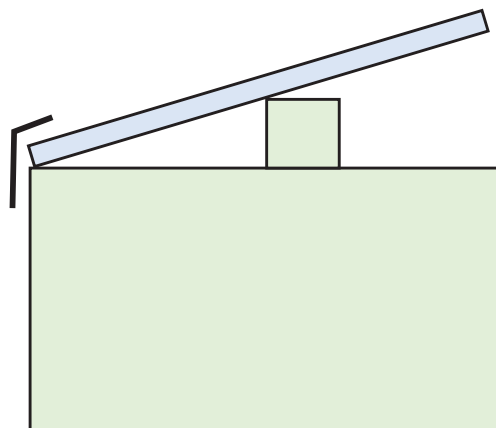
斜面を飛び出したボールの動きを予測しよう。  
 斜面の角度を固定したときに、滑り出しの位置を変えると、ボールの動きはどのように変わる？

図にボールの動きを線で書き込んでみよう。



## 実験（放物運動）② 実験装置の準備

1. 机の上にブロックを置き、机の角に、板の端が来るように、テープで固定します。
2. 数回、ボールを転がして、ボールがまっすぐ飛び出すように、斜面の角度やブロックの位置を調整します。
3. 調整が終わったら、ブロックや板をテープで固定します。



# 実験（放物運動）③ データの計測 1

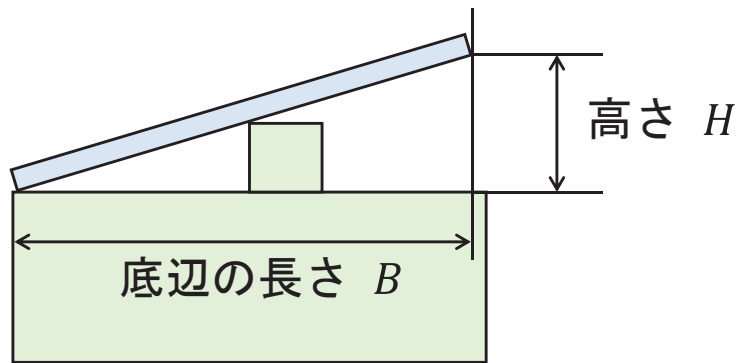
2つのグループ（A、B）に分かれて作業します。

## 1. 斜面形状の計測

斜面の傾きを調べるため、斜面を形成する三角形の底辺の長さ $B$ と高さ $H$ を計ります。

※代表が計測し、全員が記録します。

底辺の長さ $B$	
高さ $H$	



# 実験（放物運動）③ データの計測 2

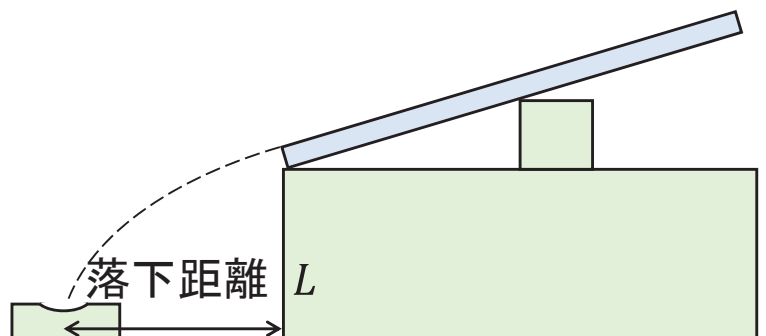
グループA:

## 2. ボールの落下地点の計測（低いスタート地点）

斜面の低いスタート地点から、ボールを転がし、斜面の端から落下地点までの距離を測ります。

- ① 数回ボールを落として、落下地点を確認したら、粘土を置いて、ボールを粘土に当てます。
- ② 粘土にできたくぼみの中心から、机までの距離を測ります。
- ③ 3回実験を行います。実験毎に粘土の表面は滑らかにします。

落下距離 $L$	1回	
	2回	
	3回	
	平均	



## 実験（放物運動）③ データの計測 3

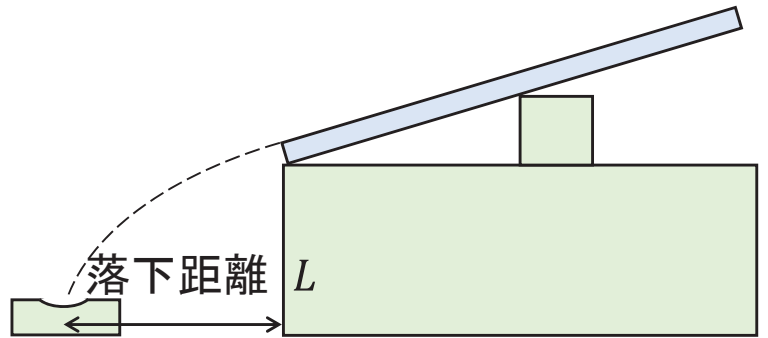
グループB:

### 2. ボールの落下地点の計測（高いスタート地点）

斜面の高いスタート地点から、ボールを転がし、斜面の端から落下地点までの距離を測ります。

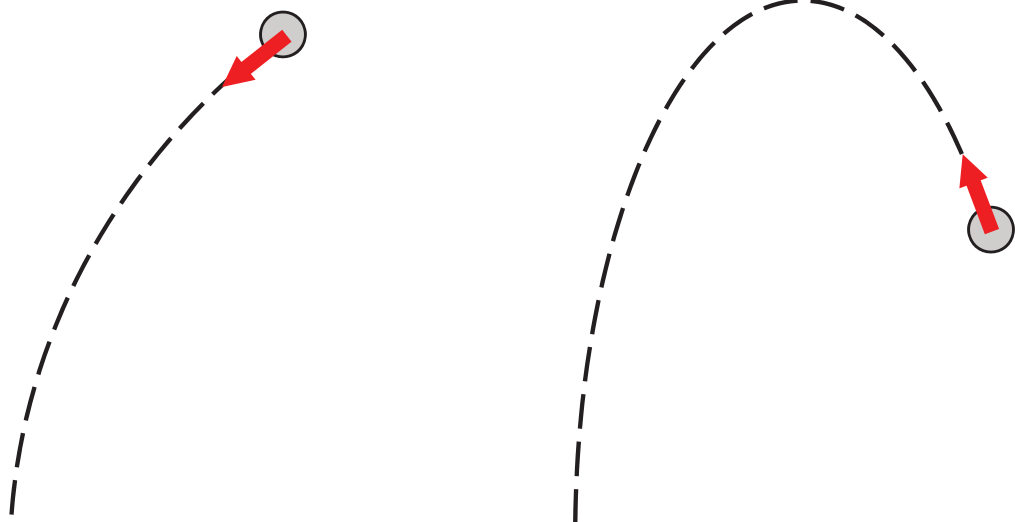
- ① 数回ボールを落として、落下地点を確認したら、粘土を置いて、ボールを粘土に当てます。
- ② 粘土にできたくぼみの中心から、机までの距離を測ります。
- ③ 3回実験を行います。実験毎に粘土の表面は滑らかにします。

落下距離 $L$	1回	
	2回	
	3回	
	平均	



## 実験（放物運動）④ 考察

空中にあるボールが図のような速度を持っているとき、どのような動きをするのでしょうか？



このように、ものを放り投げたときの挙動から、放物運動といいます。

# 放物運動を計算する 1

空中のボールが、図のような速度 $v$ を持っています。  
その速度は、水平方向の速度 $v_x$ と垂直方向の速度 $v_y$ に分けて考えることができます。

動き出した時の水平速度と垂直速度を $v_{x0}$ 、 $v_{y0}$ としたとき、水平方向の位置 $x$ と垂直方向の位置 $y$ は次の式で表すことができます。

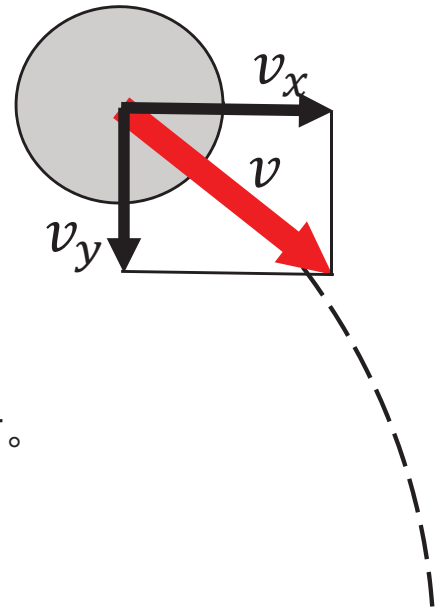
$$x = v_{x0}t \quad \dots (1)$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{y0}t \quad \dots (2)$$

ただし、 $g$ は重力加速度、 $t$ は時間とします。

式(1)、(2)から、を消去することで、次の式になります。

$$y = -\frac{g}{2v_{x0}^2}x^2 + \frac{v_{y0}}{v_{x0}}x \quad \dots (3)$$



# 放物運動を計算する 2

式(3)を計算してみよう。

$$y = -\frac{g}{2v_{x0}^2}x^2 + \frac{v_{y0}}{v_{x0}}x \quad \dots (3)$$

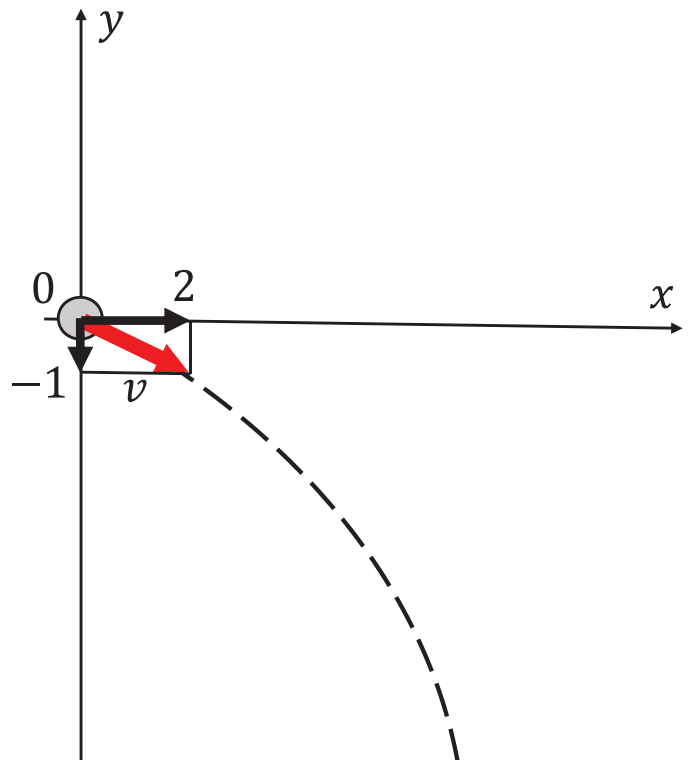
①初期速度が、次のように与えられる  
右図の場合 ( $g = 9.8$ )

$$v_{x0} = 2$$

$$v_{y0} = -1$$

式(3)に代入すると

$$y = -4.9x^2 - 0.5x \quad \dots (4)$$



## 放物運動を計算する 3

式(3)を計算してみよう。

$$y = -\frac{g}{2v_{x0}^2}x^2 + \frac{v_{y0}}{v_{x0}}x \quad \dots (3)$$

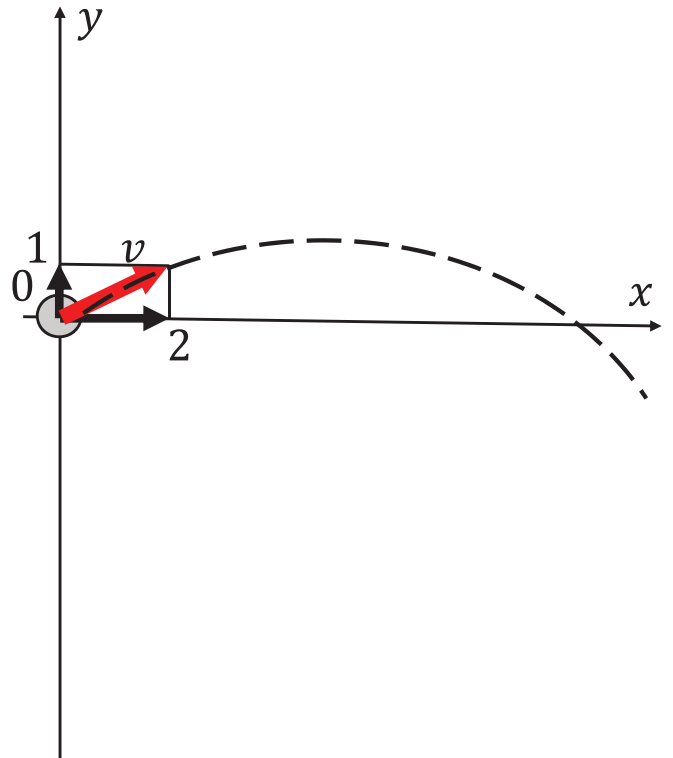
①初期速度が、次のように与えられる  
右図の場合 ( $g = 9.8$ )

$$v_{x0} = 2$$

$$v_{y0} = 1$$

式(3)に代入すると

$$y = -4.9x^2 + 0.5x \quad \dots (5)$$



## 放物運動を計算する 4

斜面のスタート位置を変えたとき、落下地点はどのように変わりましたか？  
スタート位置が変わると、斜面から飛び出す速度が変わります。

角度 $\theta$ の斜面を距離 $l$ 滑り落ちた場合に、斜面の端から飛び出す速度は、次の様に求められます。

$$v_x = \sqrt{2gl \sin \theta} \cos \theta \quad \dots (6)$$

$$v_y = -\sqrt{2gl \sin \theta} \sin \theta \quad \dots (7)$$

斜面の角度を $20^\circ$ 、滑り落ちる距離を  
50cm(0.5m)としたとき

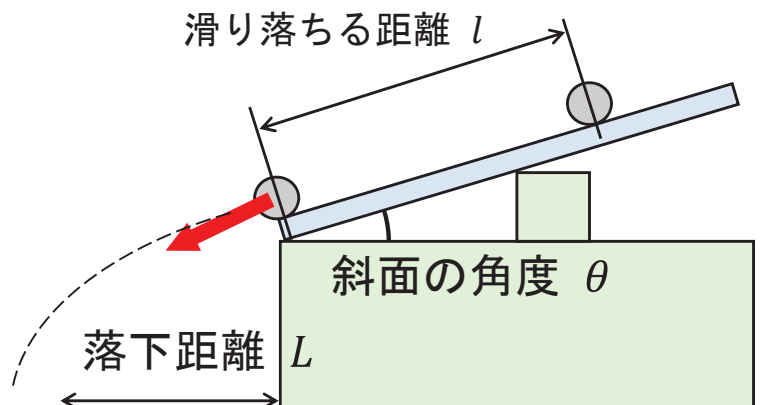
$$v_x = 1.72 \text{ m/s}$$

$$v_y = -0.626 \text{ m/s}$$

斜面の角度を $20^\circ$ 、滑り落ちる距離を  
10cm(0.1m)としたとき

$$v_x = 0.77 \text{ m/s}$$

$$v_y = -0.212 \text{ m/s}$$



## 放物運動を計算する 5

斜面の角度を $20^\circ$ 、滑り落ちる距離を $0.5m$ としたときの水平方向の速度 $v_x$ と垂直方向の速度 $v_y$ を式(1)、(2)の初速度 $v_{x0}$ 、 $v_{y0}$ に置き換える。

$$v_{x0} = 1.72 \text{ m/s}$$

$$v_{y0} = -0.626 \text{ m/s}$$

から、式(1)、(2)に代入すると

$$x = v_{x0}t = 1.72t \quad \dots (8)$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{y0}t = -4.9t^2 - 0.626t \quad \dots (9)$$

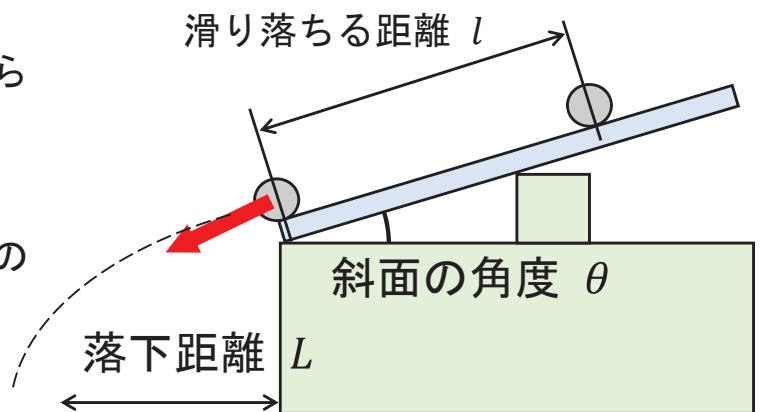
ここで、机の高さを $y = 0.6$ とすると、その高さを落下する時間が、式(9)から求められる。

$$4.9t^2 + 0.626t - 0.6 = 0$$

$$\therefore t = 0.29$$

式(8)に、代入すると落下距離は、次のように求められる。

$$x = 1.377t = 1.377 \times 0.29 = 0.39$$



## 放物運動を計算する 6

斜面の角度を $20^\circ$ 、滑り落ちる距離を $0.1m$ としたときの水平方向の速度 $v_x$ と垂直方向の速度 $v_y$ を式(1)、(2)の初速度 $v_{x0}$ 、 $v_{y0}$ に置き換える。

$$v_{x0} = 0.77 \text{ m/s}$$

$$v_{y0} = -0.212 \text{ m/s}$$

から、式(1)、(2)に代入すると

$$x = v_{x0}t = 0.77t \quad \dots (8)$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{y0}t = -4.9t^2 - 0.212t \quad \dots (9)$$

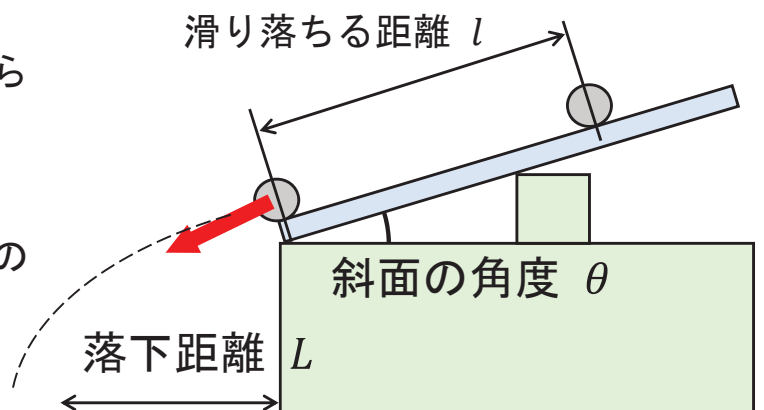
ここで、机の高さを $y = 0.6$ とすると、その高さを落下する時間が、式(9)から求められる。

$$4.9t^2 + 0.212t - 0.6 = 0$$

$$\therefore t = 0.33$$

式(8)に、代入すると落下距離は、次のように求められる。

$$x = 1.377t = 1.377 \times 0.33 = 0.45$$



## 実験のまとめ

滑り出しの位置を変えたときの結果は予想通りでしたか？

滑り出しの位置が高いほうが、勢いがついて、遠くまで飛びそうですが、その勢い（速度）は、下向きにも早くなるため、落下時間が短くなり、結果として、到達距離は、短くなるのです。

観察しただけでは、その違いが分かりにくいですが、その挙動を理論的に計算すると、その挙動の根拠も見えてくることがあります。

## おわりに

実験は、物理現象をわかりやすく理解する上で重要です。

さらに、実験結果を理論と比較することは、物理現象を正しく理解する上で、必ず必要になります。

逆に言うと、数式は、単なる記号の集まりではなく、物理現象など様々な事象をわかりやすく表してくれるものです。

中学校では、理科において数式を扱うことは、ほとんど、ありませんが、数式を学ぶことは、理科（物理）を面白くしてくれます。

（数学の勉強方法）

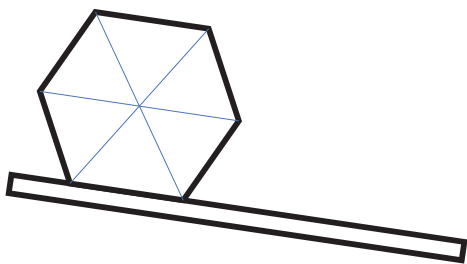
まずは、深く考えないで、基本問題を繰り返し、解いてみよう。  
わからない問題は、答えから、逆に解いてみよう。



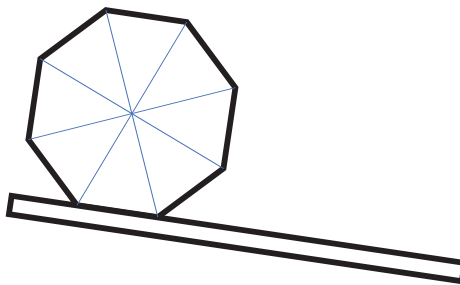
# クイズ

坂の上に、 $n$ 角形が置かれています。どれが転がるかな？

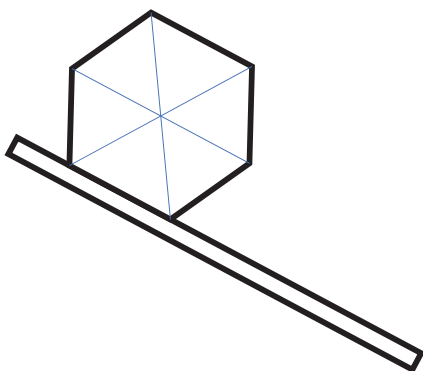
①



③



②



④

